

Esercizi/domande su variabili aleatorie, valore atteso e varianza

Daniela Bertacchi
Fabio Zucca

Variabili aleatorie

Per cosa sta la formula $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$?

- A) X è tale che \mathbb{R} tende a Ω ;
- B) X è una funzione da \mathbb{R} in Ω ;
- C) X è una funzione da Ω in \mathbb{R} ;
- D) X è tale che Ω tende a \mathbb{R} .

Variabili aleatorie

Se X è una variabile aleatoria, cosa è $X + 5$?

- A) un evento;
- B) un numero;
- C) una variabile aleatoria;
- D) una probabilità.

Variabili aleatorie

Sia X una variabile aleatoria. Quale di queste espressioni rappresenta un evento?

A) $\min(X, 0)$;

B) (X) ;

C) $(X + 1)$;

D) $(X = 3)$.

Variabili aleatorie

Sia X una variabile aleatoria. Da cosa dipende che si tratti di una variabile discreta o di una continua?

- A) dall'insieme dei valori possibili;
- B) dalla probabilità;
- C) da Ω ;
- D) da \mathbb{R} .

Variabili aleatorie

Che differenza c'è fra VD =insieme dei valori possibili per una variabile discreta e VC =insieme dei valori possibili per una variabile continua?

- A) $VD = \mathbb{Q}$, $VC = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$;
- B) VC contiene radici e altri irrazionali;
- C) VD è finito o numerabile, VC no;
- D) VD è limitato, VC no.

Sia X una variabile aleatoria discreta. La sua densità è

- A) un evento;
- B) una funzione da \mathbb{R} in $[0, 1]$;
- C) una funzione da \mathbb{R} in $[0, +\infty)$;
- D) una probabilità.

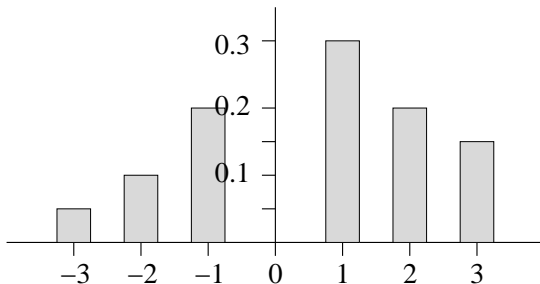
Densità

Sia X una variabile aleatoria discreta e f la sua densità. Quali affermazioni sono vere?

- A) $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$;
- B) $\sum_{v \in V} f(v) = 1$ dove V = insieme valori possibili di X ;
- C) $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$;
- D) $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in \Omega$;
- E) nessuna delle precedenti.

Probabilità

Nella seguente figura è rappresentato il grafico della densità di una variabile aleatoria discreta X .



Quanto vale $P(X < 0)$?

- A) 0.5; B) 0.35; C) $\Phi(0)$; D) 0.

Valore atteso

Sia X una variabile aleatoria discreta che può assumere solo i valori 0, 0.5, 2 e 3. Se la sua densità di probabilità discreta $f_X(x)$ calcolata in tali valori è data da:

$$f_X(0) = 0.1; \quad f_X(0.5) = 0.2; \quad f_X(2) = 0.3; \quad f_X(3) = 0.4,$$

allora si ha:

A) $\mathbb{E}(X) = 2.4;$

B) $\mathbb{E}(X) = 1.8;$

C) $\mathbb{E}(X) = 2.1;$

D) $\mathbb{E}(X) = 1.9.$

Valore atteso

Sia X una v.a. discreta e f_X la sua densità. Quale delle seguenti formule rappresenta il valore atteso di X ?
($\{x_1, \dots, x_n\}$ sia l'insieme dei valori possibili per X)

- A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_X(x_i)$;
- B) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i f_X(x_i)$;
- C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$;
- D) $\sum_{i=1}^n x_i f_X(x_i)$;
- E) $\sum_{i=1}^n f_X(x_i)$.

Valore atteso

Siano X e Y due variabili aleatorie. Quali delle seguenti formule sono sempre valide?

A) $\mathbb{E}(3X - 5) = 3\mathbb{E}(X) - 5;$

B) $\mathbb{E}(2X + 1) = 2\mathbb{E}(X);$

C) $\mathbb{E}(2X + 1) = 4\mathbb{E}(X);$

D) $\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}(X) \cdot \mathbb{E}(Y);$

E) $\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y);$

F) $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y);$

G) $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X) \cdot \mathbb{E}(Y).$

Varianza

Sia X una v.a. discreta e $\{x_1, \dots, x_n\}$ sia l'insieme dei suoi valori possibili. Quale delle seguenti formule rappresenta la varianza di X ?

A) $\mathbb{E}(X - (\mathbb{E}(X))^2)$;

B) $\mathbb{E}(X^2 - \mathbb{E}(X))$;

C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right)^2$;

D) $\mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^2)$.

Varianza

Ogni numero reale può essere la varianza di una v.a.

A) vero;

B) falso .

Varianza

Sia X una variabile aleatoria. Quali delle seguenti formule sono sempre valide?

A) $\text{Var}(3X - 5) = 3\text{Var}(X) - 5$;

B) $\text{Var}(2X + 1) = 2\text{Var}(X)$;

C) $\text{Var}(2X + 1) = 4\text{Var}(X)$;

D) $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{Cov}(X, Y)$;

E) $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$;

F) $\text{Var}(XY) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$;

G) $\text{Var}(XY) = \text{Var}(X) \cdot \text{Var}(Y)$.

Definizioni

Dare le seguenti definizioni.

- 1 Variabile aleatoria.
- 2 Variabile aleatoria discreta e continua.
- 3 Densità discreta di una v.a.
- 4 Valore atteso di una v.a. discreta.
- 5 Varianza di una v.a.

Teoremi

- 1 Enunciare le proprietà del valore atteso di una v.a.
- 2 Enunciare le proprietà della varianza di una v.a.

Esercizio su v.a.

Lancio un dado. Sia X = numero che esce.

Determinare l'insieme V dei valori possibili, la densità, il valore atteso e la varianza di X .

Esercizio su v.a.

Lancio due dadi. Sia X = somma dei numeri usciti.

Determinare l'insieme V dei valori possibili, la densità, il valore atteso e la varianza di X .

Esercizio su v.a.

Lancio due dadi. Sia $X = 1$ se i due dadi mostrano lo stesso numero, $X = 0$ se i due dadi mostrano numeri diversi.

Determinare l'insieme V dei valori possibili, la densità, il valore atteso e la varianza di X .

Esercizio su v.a.

Sia X = numero di uova per covata del *Passer Italiae*, di cui si hanno le seguenti osservazioni.

Numero di uova	Freq. assoluta	Freq. relativa
2	12	0.0522
3	15	0.0652
4	21	0.0913
5	82	0.3565
6	96	0.4174
7	3	0.0130
10	1	0.0044

Supponete che i dati osservati diano *frequenze relative = probabilità esatte*.

Determinare l'insieme V dei valori possibili, la densità, il valore atteso e la varianza di X .