

Esercizi/domande su probabilità in spazi discreti, approccio classico e frequentistico

Daniela Bertacchi
Fabio Zucca

Probabilità nel caso discreto

Se Ω è discreto, per avere la probabilità di ogni evento basta conoscere:

- A) la probabilità di Ω ;
- B) la probabilità di un evento A ;
- C) la probabilità di ciascun evento elementare;
- D) la probabilità di \emptyset .

Probabilità classica

Nell'approccio classico, quanto vale la probabilità di ciascun evento elementare?

A) $1/2$;

B) $\frac{1}{\text{numero di elementi di } \Omega}$;

C) 1;

D) 0.

Ipotesi dell'approccio classico

Quali di queste ipotesi sono necessarie e sufficienti per poter utilizzare l'approccio classico?

- A) Ω è continuo;
- B) Ω è un insieme finito;
- C) c'è un evento elementare con probabilità grande;
- D) tutti gli eventi elementari hanno la stessa probabilità;
- E) Ω è discreto.

Esempi

- 1 Dare due esempi di casi in cui si utilizza la probabilità “classica”.

Esempi

- 1 Dare due esempi di casi in cui si utilizza la probabilità “classica”.
- 2 Dare due esempi di casi in cui non si può utilizzare la probabilità “classica”.

Probabilità frequentista

Nell'approccio frequentista, quanto vale la probabilità di un evento A ?

A) $1/2$;

B) $\frac{1}{\text{numero di elementi di } \Omega}$;

C) $\frac{\text{numero di volte che ho osservato } A}{\text{numero di esperimenti}}$;

D) $\frac{\text{numero di elementi di } A}{\text{numero di elementi di } \Omega}$.

Ipotesi dell'approccio frequentista

Quali di queste ipotesi sono necessarie e sufficienti per poter utilizzare l'approccio frequentista?

- A) gli esperimenti avvengono nelle stesse condizioni di quello per cui calcoliamo la probabilità;
- B) Ω è un insieme finito;
- C) c'è un evento elementare con probabilità grande;
- D) tutti gli eventi elementari hanno la stessa probabilità;
- E) Ω è discreto.

Limiti dell'approccio frequentista

- 1 Elencare i limiti dell'approccio frequentista.

Limiti dell'approccio frequentista

- 1 Elencare i limiti dell'approccio frequentista.
- 2 Cosa ci si aspetta valga quando il numero di esperimenti tende all'infinito?

Uguale probabilità?

Consideriamo l'esperimento: lancio 3 volte una moneta equilibrata e conto il numero totale di teste.

Cosa c'è di sbagliato nel dire che ho 4 esiti possibili: 0 teste, 1 testa, 2 teste e 3 teste e quindi la probabilità di avere 2 teste è $1/4$?

Uguale probabilità?

Consideriamo l'esperimento: lancio 3 volte una moneta equilibrata e conto il numero totale di teste.

Cosa c'è di sbagliato nel dire che ho 4 esiti possibili: 0 teste, 1 testa, 2 teste e 3 teste e quindi la probabilità di avere 2 teste è $1/4$?

Calcolare la probabilità di avere rispettivamente 0 teste, 1 testa, 2 teste e 3 teste.

Genetica

Consideriamo una pianta diploide (= 2 copie di ogni gene) in cui il colore dei fiori sia regolato da un gene che ha due alleli: A e a . Gli individui AA , Aa hanno fiori rossi; quelli aa fiori bianchi.

Se i genitori sono AA e Aa qual è la probabilità che la pianta figlia abbia fiori bianchi? E se i genitori sono entrambi Aa ? E se sono entrambi con fiori bianchi? In tutti e tre i casi scrivere lo spazio campionario.

Ecologia (pericolosa?)

In una radura ci sono 350 esemplari di canguri, di cui ne sono stati fotografati e quindi marcati 50 (pessima idea!). Ne catturiamo 10 (altra pessima idea!): qual è la probabilità che almeno 2 siano marcati?



Iris

Queste sono dati raccolti dall'osservazione della lunghezza dei petali (in cm approssimando al mm) in 50 petali di *Iris setosa*.

1.0; 1.1; 1.2; 1.2; 1.3; 1.3; 1.3; 1.3; 1.3; 1.3
1.3; 1.4; 1.4; 1.4; 1.4; 1.4; 1.4; 1.4; 1.4; 1.4
1.4; 1.4; 1.4; 1.4; 1.5; 1.5; 1.5; 1.5; 1.5; 1.5
1.5; 1.5; 1.5; 1.5; 1.5; 1.5; 1.5; 1.6; 1.6; 1.6
1.6; 1.6; 1.6; 1.6; 1.7; 1.7; 1.7; 1.7; 1.9; 1.9



Utilizzando questi dati, qual è la probabilità che un petalo di *Iris setosa* superi la lunghezza di 1.55 cm? E che approssimando al mm sia lungo 1.4 cm?

Calcolo di probabilità

Un gruppo iniziale di 40 persone viene diviso in modo casuale in due gruppi, che chiameremo A e B, da 20 persone ciascuno. In quanti modi differenti può essere effettuata la divisione? Assumiamo ora che nell'insieme iniziale di persone ci sia mio cugino: qual è la probabilità che egli venga assegnato al gruppo A?



Calcolo di probabilità

Un'urna contiene 20 palline, 5 rosse, 5 bianche, 5 blu e 5 verdi. Estraiamo (con reimmissione) 3 palline. Determinare:

- a. la probabilità di estrarre 3 rosse;

Calcolo di probabilità

Un'urna contiene 20 palline, 5 rosse, 5 bianche, 5 blu e 5 verdi. Estraiamo (con reimmissione) 3 palline. Determinare:

- a.* la probabilità di estrarre 3 rosse;
- b.* la probabilità di estrarre 3 palline dello stesso colore;

Calcolo di probabilità

Un'urna contiene 20 palline, 5 rosse, 5 bianche, 5 blu e 5 verdi. Estraiamo (con reimmissione) 3 palline. Determinare:

- a.* la probabilità di estrarre 3 rosse;
- b.* la probabilità di estrarre 3 palline dello stesso colore;
- c.* la probabilità di estrarre 3 palline di 3 colori diversi.

Calcolo di probabilità

Ho un'urna con n palline numerate da 1 a n . Estraggo una pallina, mi annoto il numero e la rimetto nell'urna. Ripeto k volte. Qual è la probabilità che venga estratto (almeno) due volte lo stesso numero?

- 1 Rispondere nel caso $k > n$.

Calcolo di probabilità

Ho un'urna con n palline numerate da 1 a n . Estraggo una pallina, mi annoto il numero e la rimetto nell'urna. Ripeto k volte. Qual è la probabilità che venga estratto (almeno) due volte lo stesso numero?

- 1 Rispondere nel caso $k > n$.
- 2 Rispondere nel caso $k \leq n$ (suggerimento: è più facile calcolare la probabilità del complementare).