

# Esercizi/domande su stimatori e intervalli di confidenza

Daniela Bertacchi  
Fabio Zucca

## Campione casuale

Sia  $X_1, X_2, X_3, X_4$  un campione casuale di ampiezza 4, allora quali affermazioni sono sicuramente vere?

- A)  $X_1 \sim B(4, \frac{1}{4})$ ;
- B)  $X_i \sim B(\frac{1}{4})$  per ogni  $i = 1, 2, 3, 4$ ;
- C)  $X_1$  e  $X_2$  non sono indipendenti;
- D)  $X_2$  e  $X_3$  hanno la stessa legge;
- E)  $E(X_1) = E(X_4)$ .

## Campione casuali e statistiche

Sia  $X_1, X_2, X_3, X_4$  un campione casuale di ampiezza 4 con  $X_i \sim B(8, p)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  dove  $p$  è un parametro incognito e sia  $T = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 - 32p$ . Allora quali affermazioni sono vere?

- A)  $E[T] = 8p$ ;
- B)  $T$  è uno stimatore di  $p$ ;
- C)  $W = X_4 (T + 32p)$  è una statistica;
- D)  $Z = T + 16p$  è una statistica.

## Stimatore non distorto

Uno stimatore non distorto di un parametro  $\theta$  è:

- A) una statistica la cui varianza tende a zero al crescere della numerosità del campione;
- B) una statistica il cui valore atteso è pari a  $\theta$ ;
- C) una statistica che è pari a  $\theta$  almeno nel 50% dei casi;
- D) una statistica per cui la probabilità di assumere valori maggiori di  $\theta$  è uguale alla probabilità di assumere valori minori di  $\theta$ .

## Campione bernoulliano

Sia  $X_1, X_2$  un campione casuale di ampiezza 2 e legge comune Bernoulli di parametro  $p$ . Allora si ha che

- A)  $Var(X_2) \neq Var(X_1)$ ;
- B)  $X_1 + X_2 - p$  è uno stimatore non distorto di  $p$ ;
- C)  $X_1 + X_2$  è uno stimatore non distorto di  $2p$ ;
- D)  $X_1 + X_2$  è una Bernoulli di parametro  $2p$ .

## Quiz

Se  $P(\theta \in (T_1, T_2)) = \alpha$  dove  $\theta$  è un parametro incognito, allora è necessariamente:

- A)  $(T_1, T_2)$  è un campione casuale di ampiezza 2;
- B)  $T_1$  e  $T_2$  hanno legge normale;
- C)  $(T_1, T_2)$  è un intervallo di confidenza di livello  $\alpha$  per  $\theta$ ;
- D)  $T_1$  e  $T_2$  sono numeri reali.

## Intervalli di confidenza

Vogliamo calcolare 100 intervalli di confidenza per  $\theta$ , al livello 0.95. In numero di intervalli che contengono  $\theta$  è:

- A) 95;
- B) una  $\mathcal{B}(100, 0.95)$ ;
- C) 100;
- D) una  $\mathcal{B}(100, 0.05)$ .

## Intervalli di confidenza

Supponiamo di calcolare un intervallo di confidenza  $I_1$  per la media di una popolazione normale, al livello  $\alpha_1$ . Cosa accade se calcoliamo poi l'intervallo di confidenza  $I_2$  al livello  $\alpha_2$ , con  $\alpha_2 > \alpha_1$ ?

- A)  $I_2$  è più ampio di  $I_1$ ;
- B)  $I_2$  è più stretto di  $I_1$ ;
- C) non ci sono regole;
- D) la numerosità del campione aumenta.



## Intervalli di confidenza

Cosa succede all'ampiezza di un'intervallo di confidenza per la media (con varianza nota) se nel calcolo aumentiamo la numerosità del campione (cioè  $n$ )?

- A) aumenta;
- B) resta uguale ma cambia il centro;
- C) non si può dire nulla;
- D) diminuisce.

# Definizioni

Dare le definizioni seguenti.

- 1 Modello statistico parametrico.
- 2 Campione casuale.
- 3 Statistica.
- 4 Stimatore e stima.
- 5 Stimatore non distorto.
- 6 Stimatore consistente in media quadratica.
- 7 Intervallo di confidenza per il parametro  $a$ , di livello 0.99.

# Teoremi

- 1 Quali stimatori non distorti e consistenti si utilizzano per stimare il valore atteso e la varianza?
- 2 Dire che formula si usa per un intervallo di confidenza di livello  $\beta$  per il valore atteso
  - a. se la popolazione è normale e la varianza nota;
  - b. se la popolazione è normale e la varianza incognita;
  - c. se la popolazione è bernoulliana;
  - d. se la popolazione è qualsiasi.

## Esercizio su stime per normale

Siano date 30 osservazioni di una popolazione avente legge normale. Delle osservazioni si sa che:

$$\sum_{i=1}^{30} x_i = 89.3625, \quad \sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 1018.9294.$$

- 1 Esplicitare il modello statistico e stimare media e varianza con stimatori non distorti e consistenti
- 2 fornire un intervallo di confidenza, con varianza che si suppone nota e pari a 25, per la media al livello  $\alpha = 0.85$ .

## Esercizio su stime per glicemia

Siano date 11 misurazioni della glicemia in un gruppo di pazienti di un ospedale geriatrico. Delle osservazioni si sa che:

$$\sum_{i=1}^{11} x_i = 1158.3, \quad \sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 122468.99.$$

- 1 Scegliere un modello statistico opportuno e stimare media e varianza con stimatori non distorti e consistenti;
- 2 fornire un intervallo di confidenza per la media della glicemia dei pazienti dell'intero ospedale, al livello  $\alpha = 0.90$ ;
- 3 dire se per rispondere a qualcuna delle precedenti domande avete dovuto fare delle ipotesi precise sul modello statistico e in caso affermativo dite quali ipotesi erano necessarie e per quali domande.

## Esercizio su un sondaggio

Una società che fa sondaggi ha fornito il seguente intervallo di confidenza per la percentuale di italiani che preferiscono il mare alla montagna:  $(52.8, 64.6)$ .

- 1 Esplicitare il modello statistico, e determinare la media campionaria osservata dai sondaggisti;
- 2 sapendo che l'intervallo di confidenza è stato calcolato al livello 0.95, determinare la numerosità del campione.